

Etude pratique d'une fonction numérique réelle.

1. Définition géométrique et analytique des **fonctions convexes**. Inégalité des trois cordes.
Caractérisation avec la croissance de la dérivée pour une fonction dérivable, avec la positivité de f'' pour une fonction f deux fois dérivable.
Fonctions concaves. Cas des fonctions dérivables, deux fois dérivables.
2. Application des développements limités à la détermination de la **tangente et de la position de la courbe par rapport à la tangente** en un point, dans le cas d'une fonction numérique réelle.
3. Application des développements limités à l'étude des **branches infinies** de la courbe d'une fonction numérique réelle.
4. **Approximation des solutions d'une équation** : méthode de dichotomie et de Newton. Majoration de l'erreur.

Courbes paramétrées.

1. Courbe définie par une **représentation paramétrique** $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$ dans un repère orthonormé direct du plan. Fonction vectorielle associée.
Pour les fonctions vectorielles : Définition à partir des propriétés de x et y de la continuité, dérivabilité en un point, sur un intervalle, d'une fonction vectorielle de classe C^1 . Dérivées d'ordres supérieurs. Applications de classe C^n, C^∞ .
Interprétation cinématique.
Point régulier, stationnaire, birégulier (ordinaire).
2. Plan d'étude, dont la **réduction du domaine d'étude** : période - symétries.
3. **Etude locale** : Tangente et position de la courbe par rapport à la tangente en un point ordinaire.
Cas d'un point singulier de paramètre t_0 tel que $t \mapsto \frac{y(t) - y(t_0)}{x(t) - x(t_0)}$ a une limite en t_0 .
Types de points : méplat, point de rebroussement de première et de deuxième espèce, point d'inflexion.
Position de la courbe par rapport à la tangente.
Utilisation des développements limités.
4. **Branches infinies**. Cas à connaître :
 $\lim x(t) = a$ et $\lim y(t) = \infty$
 $\lim x(t) = \infty$ et $\lim y(t) = a$
 $\lim x(t) = \infty$ et $\lim y(t) = \infty$: direction asymptotique - asymptote.
5. **Cas d'une fonction numérique réelle f de classe \mathbb{C}^2** : Fonction vectorielle associée. Tous les points sont réguliers. Cas des points d'inflexion. Branches infinies.
6. Courbe définie par une **représentation polaire** $\vec{f}(t) = \rho(t)\vec{u}(\theta(t))$.
Calcul des coordonnées de la vitesse et de l'accélération dans le repère polaire.
Cas des courbes définies par une **équation polaire** $r = \rho(\theta)$. Expression dans le repère polaire de vecteurs directeurs de la tangente et de la normale.

Questions de cours.

Toutes les définitions et tous les énoncés de propositions et théorèmes doivent être connus.
Les résultats suivants doivent être connus avec leur démonstration.

1. Détermination de la position de la courbe d'une fonction numérique réelle par rapport à la tangente en un point (interprétation du développement limité).